

## Temat: Pojęcie funkcji i sposoby jej opisywania.

### Definicja:

**Funkcją ze zbioru X w zbiór Y nazywamy** przyporządkowanie, które każdemu elementowi zbioru X przyporządkowuje dokładnie jeden element zbioru Y.

**Zbiór X** nazywamy dziedziną funkcji (oznaczamy D), a jego elementy argumentami funkcji (oznaczamy x).

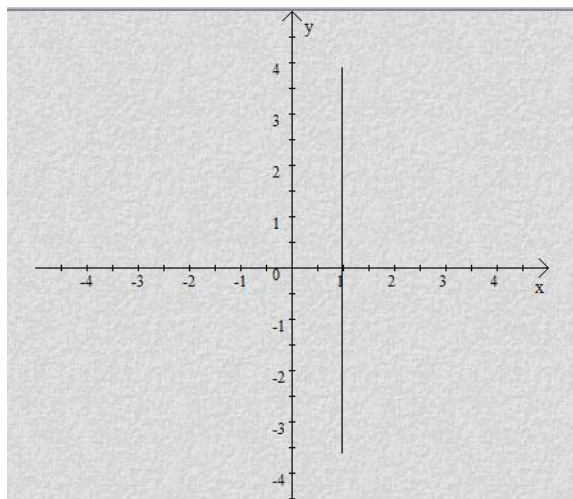
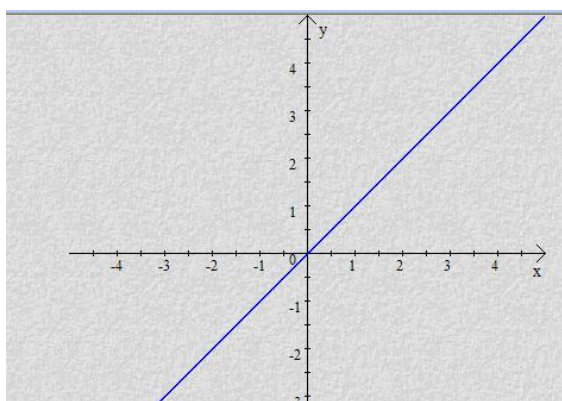
**Zbiór Y** nazywamy przeciwdziedziną funkcji (oznaczamy Y lub  $f(D)$ ), a jego elementy wartościami funkcji (oznaczamy y lub  $f(x)$ ).

### Uwaga:

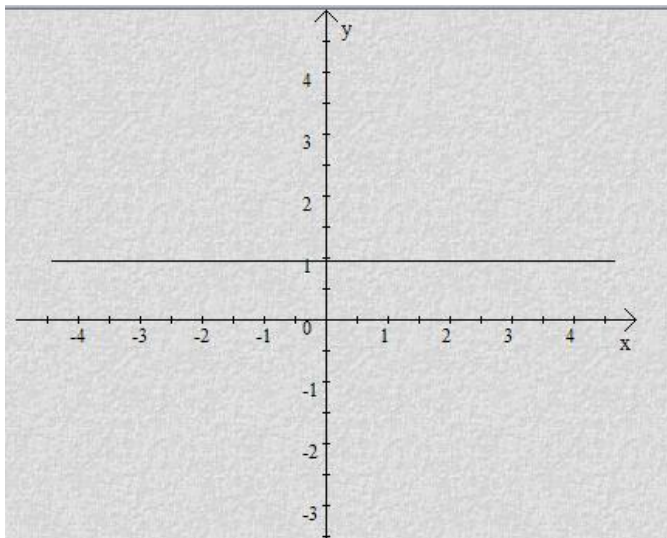
Zapis  $f : X \rightarrow Y$  czytamy funkcja f określona ze zbioru X w zbiór Y.

**Wykres** funkcji  $f : X \rightarrow Y$ , to zbiór wszystkich punktów postaci  $(x, f(x))$ , gdzie  $x \in X$ .

**Przykłady:** Na pierwszym rysunku pokazany jest wykres funkcji, każdemu argumentowi (x) przyporządkowana jest dokładnie jedna wartość (y).



To **nie jest** funkcja ponieważ jednemu argumentowi przypisane jest wiele wartości (dla  $x=1$   $y=1$ ,  $y=2$   $y=3$  itd.)



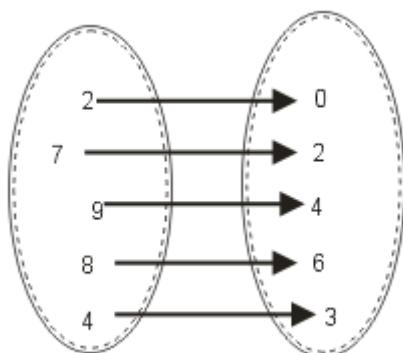
To **jest** funkcja ponieważ  
 każdemu  
 argumentowi przypisana jest  
 tylko jedna  
 wartość nie ważne, że ta sama.

Funkcje występują też w życiu codziennym np.

- Każdej osobie w pewnej klasie jest przyporządkowany pewien numer z dziennika.
- Każdej osobie przyporządkowany jest jeden numer pesel.
- Każdemu dziecku przyporządkowana jest dokładnie jedna matka biologiczna.

### Przykład

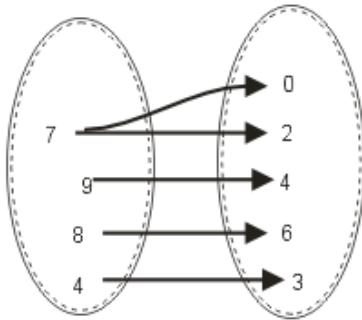
Zobaczmy na poniższy graf przedstawiający pewną funkcję  
 $f : \{2,7,9,8,4\} \rightarrow \{0,2,4,6,3\}$



Dziedziną jest  $X = \{ 2, 4,7,8,9\}$ . Zbiorem wartości tej funkcji jest zbiór  $f(X)= \{0,2,4,6,3\}$ , są to te elementy ze zbioru Y, które zostały połączone strzałką. Każdemu elementowi ze zbioru X musi zostać przyporządkowany dokładnie jeden element, dlatego wszystkie elementy ze zbioru X muszą być początkiem dokładnie jednej strzałki.

Nasza funkcja dla argumentu 2 przyjmuje wartość 0, symbolicznie będziemy to zapisywali:  $f(2)=0$ . Podobnie  $f(7)=2$  itd.

**Przykład** Czy poniższe przyporządkowanie jest funkcją?



Zauważamy, że to nie jest funkcja, bo jednemu argumentowi 7 są przyporządkowane dwie wartości 0 i 2.

### Sposoby określenia funkcji

Funkcje można określić za pomocą:

- grafu
- wykresu
- wzoru
- tabelki
- opisu słownego

**Przykład** Opiszemy jedną funkcję na różne sposoby.

Słownie:

Każdej liczbie naturalnej mniejszej od 5 przyporządkujemy jej dwukrotność.

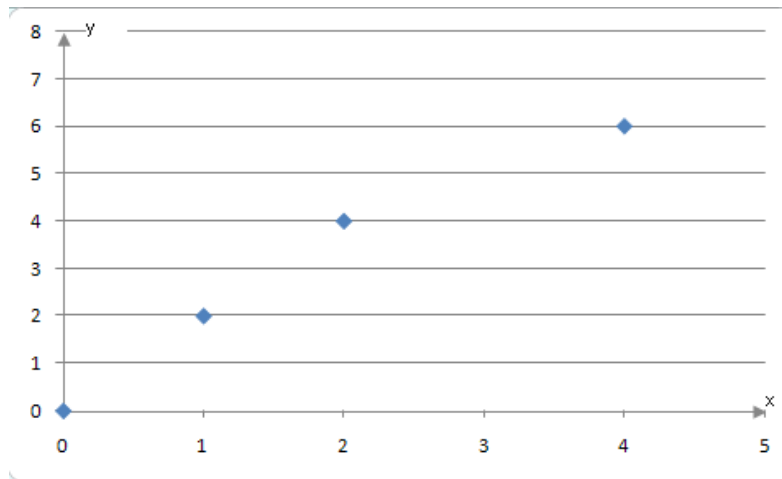
Tabelka:

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

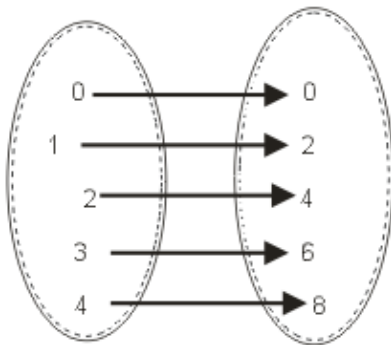
Wzór:

$y = 2x$ , gdzie  $x$  jest liczbą naturalną mniejszą od 5.

Wykres:



Graf:



Dziedziną opisaną funkcji jest zbiór  $D=\{0,1,2,3,4\}$ .

Zbiorem wartości jest zbiór  $Y=\{0,2,4,6,8\}$

**Zadania do samodzielnego rozwiązania:**

Zad. 1

Opisz na różne sposoby funkcję: „Każdej liczbie całkowitej większej od -4 i mniejszej od 6 przyporządkowujemy jej trzykrotność.” Podaj dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji. Podaj jej wartość dla argumentu 1 jeśli należy on do dziedziny.

Zad. 2 Na podstawie tabelki odpowiedz na pytania:

x	-2	1	2	3	7
y	5	2	4	5	8

Jaka jest wartość funkcji dla argumentu 3?

Dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje wartość 2?