Temat: Pojęcie wielomianu. Dodawanie i odejmowanie wielomianów.

Dzisiejszy temat rozpoczyna ostatni dział, który będziemy omawiali w II semestrze. O wielomianach tak naprawdę można powiedzieć, że już trochę mówiliśmy, bo funkcja liniowa $y=ax+b$, to wielomian I stopnia, funkcja kwadratowa $y=ax^2+bx+c$, to wielomian II stopnia, a teraz będziemy mówili także o wielomianach wyższych rzędów np. $y=2x^4+6x^3$.

Potrafimy już rozwiązywać równania liniowe np. $3x-8=16x-9$.

Potrafimy już rozwiązywać równania kwadratowe np. $3x^2 -15x+18=0$.

W tym dziale nauczymy się rozwiązywać niektóre równania z wyższymi potęgami np. $x^3+2x^2+4x+8=0$.

W tym temacie wprowadzimy niezbędne pojęcia, które będą przydatne w kolejnych tematach.

Funkcję $f: R \to R$ zmiennej x postaci

$f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$, gdzie $n\in N$, $a_0,a_1,\ldots,a_n\in R$ i $a_n \neq 0$.

nazywamy <u>wielomianem.</u>

Liczby $a_0,a_1,\ldots\ldots,a_n$ nazywamy **współczynnikami wielomianu**.

Współczynnik a_0 nazywamy **wyrazem wolnym wielomianu**.

Uwaga: wielomian zmiennej x często oznaczamy w następujący sposób: W(x), P(x), Q(x) itp.

Np.

a) Niech $W(x)=7x^3-6x^2+4x -9$, wtedy

$a_3=7$ {bo przy x^3 jest liczba 7},

$a_2=-6${bo przy x^2 jest liczba -6},

$a_1=4${bo przy x^1 jest liczba 4},

$a_0=-9${bo wyraz wolny (ten bez x) jest równy -9},

a) Niech $W(x)=-x^5+4x^3+2x$, wtedy

$a_5=-1$ {bo przy x^5 jest liczba -1},

$a_4=0$ {bo w naszym wielomianie nie występuje x^4}

$a_3=4${bo przy x^3 jest liczba 4},

$a_2=0$ {bo w naszym wielomianie nie występuje x^2}

$a_1=2${bo przy x^1 jest liczba 2},

$a_0==0${bo nie ma wyrazu wolnego(bez x)},

Jeżeli $a_n \neq 0$, to mówimy że wielomian jest stopnia n.

Np. Wielomian:

- $w(x)=x^5+4x^3+2x-6$ jest stopnia piątego, bo najwyższy wykładnik potęgi występujący w tym wielomianie jest równy 5.

- $w(x)=8x^7+14x^5+2x-6$ jest stopnia siódmego, bo najwyższy wykładnik potęgi występujący w tym wielomianie jest równy 7.

- $w(x)=x^5+4x^8+2x-6$ jest stopnia ósmego, bo najwyższy wykładnik potęgi występujący w tym wielomianie jest równy 8.

Wielomianem zerowym nazywamy wielomian W(x), który dla każdego $x \in R$ przyjmuje wartość zero, tzn. wielomian określony wzorem W(x)=0. Przyjmujemy, że wielomian zerowy nie ma określonego stopnia.

DODAWANIE I ODEJMOWANIE WILOMIANÓW:

Aby dodać wielomian musimy dodać wyrazy **podobne** oraz uporządkować je.

$A(x) = 4x^5 + x^3 + 2x^2 + 8x + 20$
$B(x) = 13x^5 + 7x^4 + x^3 + 11$

$A(x) + B(x) = 4x^5 + x^3 + 2x^2 + 8x + 20 + 13x^5 + 7x^4 + x^3 + 11 = 17x^5 + 7x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 8x + 31$

Dodawanie wielomianów jest przemienne oraz łączne:

Odejmowanie wielomianów jest podobne do dodawania. Od współczynników pierwszego wielomianu musimy odjąć współczynniki drugiego:

$A(x) = 4x^5 + x^3 + 2x^2 + 8x + 20$
$B(x) = 13x^5 + 7x^4 + x^3 + 11$

$A(x) - B(x) = 4x^5 + x^3 + 2x^2 + 8x + 20 - (13x^5 + 7x^4 + x^3 + 11) = - 9x^5 - 7x^4 + 2x^2 + 8x + 9$

Odejmowanie wielomianów podobnie jak zwykłe odejmowanie nie jest przemienne ani łączne.

Zadania do samodzielnego rozwiązania:

1)Wypisz współczynniki wielomianu i określ jego stopień:

a) W(x)= $6x^3 + 13x^2 + 20x+6$

b)P(x)= $11x^{20} + 120x^{13} + 10x^{10} + 5x + 7$

2) Dodaj wielomiany

- $A(x) = 6x^3 + 13x^2 + 20x$ oraz $B(x) = 10x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 10x + 10$
- $C(x) = 11x^{20} + 120x^{13} + 10x^{10} + 5x + 7$ oraz $D(x) = 11x^{21} + 3x^{19} + 9x^{10} + x - 4$

3) Odejmij wielomiany

- $A(x) = 6x^3 + 13x^2 + 20x$ oraz $B(x) = 10x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 10x + 10$
- $C(x) = 11x^{20} + 120x^{13} + 10x^{10} + 5x + 7$ oraz $D(x) = 11x^{21} + 3x^{19} + 9x^{10} + x - 4$