Temat: Mnożenie wielomianów.

Iloczynem dwóch wielomianów nazywamy wielomian, który jest sumą iloczynów wszystkich składników jednego wielomianu przez wszystkie składniki drugiego wielomianu. Mnożymy więc każdy wyraz jednego wielomianu przez każdy wyraz drugiego wielomianu i dokonujemy redukcji wyrazów podobnych. Mnożąc wielomian przez jednomian możemy zastosować prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania.

Poniżej przedstawiam kilka przykładów mnożenia wielomianów.

Proponuję także przeanalizować dwa przykłady zadań z omówienie ze stron:

http://www.e-zadania.pl/liceum/wielomiany/dzialania-na-wielomianach/video,3,wykonaj-mnozenie-.html

http://www.e-zadania.pl/liceum/wielomiany/dzialania-na-wielomianach/video,2,pomnoz-podane-wielomiany-.html

Przykład 1 Oblicz:

a) $\mathbf{2x \cdot 3x=6x^2}$

b) $\mathbf{2x^2 \cdot 5x^3=10x^5}$

c) $\mathbf{6x^7 \cdot 4x^3=24x^{10}}$

{zauważmy, że współczynniki liczbowe mnożymy a przy mnożeniu potęg o jednakowej podstawie wykładniki dodajemy zgodnie z zasadą $x^a \cdot x^b=x^{a+b}$ }

Przykład 2 Oblicz $(2x^2 - 3x + 1)(5x^2 + 4x - 7)$

$(2x^2 - 3x + 1)(5x^2 + 4x - 7) = 10x^4 + 8x^3 - 14x^2 - 15x^3 - 12x^2 + 21x + 5x^2 + 4x - 7 =$

$$=10x^4 - 7x^3 - 21x^2 + 25x - 7$$

Przykład 3

Niech

$$A(x) = x^4 + 4x^2 - x + 2$$

$$B(x) = x^4 + x^3 + 10$$ Oblicz A(x)·B(x)

Rozwiązanie:

$$A(x) \cdot B(x) = (x^4 + 4x^2 - x + 2)(x^4 + x^3 + 10) =$$

Mnożymy każdy wyraz pierwszego wielomianu przez każdy wyraz drugiego:

$$x^4 \cdot x^4 + x^4 \cdot x^3 + x^4 \cdot 10 + 4x^2 \cdot x^4 + 4x^2 \cdot x^3 + 4x^2 \cdot 10 - x \cdot x^4 - x \cdot x^3 - x \cdot 10 + 2 \cdot x^4 + 2 \cdot x^3 + 2 \cdot 10 =$$

$$x^8 + x^7 + 10x^4 + 4x^6 + 4x^5 + 40x^2 - x^5 - x^4 - 10x + 2x^4 + 2x^3 + 20 =$$

Redukujemy wyrazy podobne i porządkujemy otrzymany wielomian:

$$x^8 + x^7 + 4x^6 + 3x^5 + 11x^4 + 2x^3 + 40x^2 - 10x + 20$$

Przykład 4

Oblicz $[W(x)]^2$, jeśli $W(x)=x^2-3$.

Rozwiązanie:

$[W(x)]^2 = (x^2-3)^2=x^4-6x^2+9$

{zastosowaliśmy tutaj wzór skróconego mnożenia na kwadrat różnicy tzn.

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, gdzie w naszym przypadku $a=x^2$, $b=3$}

Przykład 5

Oblicz $[W(x)]^3$, jeśli $W(x)=x^2-3$.

Rozwiązanie:

$[W(x)]^3 = (x^2-3)^3=(x^2)^3-3\cdot(x^2)^2\cdot3+3\cdot x\cdot 3^2-3^3=x^6-9x^4+27x-27$.

{zastosowaliśmy tutaj wzór skróconego mnożenia na sześcian różnicy tzn.

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$, gdzie w naszym przypadku $a=x^2$, $b=3$}

Zadania do samodzielnego rozwiązania:

zad. 1 Oblicz $[W(x)]^2$, jeśli $W(x)=x-5$.

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, gdzie w naszym przypadku $a=x$, $b=5$}

zad. 2 Oblicz $[W(x)]^3$, jeśli $W(x)=x^2+2$.

wskazówka: skorzystaj ze wzoru $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

zad. 3 Niech

$A(x)=2x+3$

$B(x)=x^3+2x$

Oblicz $A(x) \cdot B(x)$.