Temat: Dziedzina i miejsca zerowe funkcji.

Dziedziną funkcji nazywamy zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja jest określona (dla których wzór ma sens).

Dziedzinę funkcji będziemy oznaczać literą D.

Przykład 1

{Jeśli we wzorze funkcji występuje ułamek, to mianownik musi być różny od 0}

a) Dziedziną funkcji y $=\frac{1}{x}$ są wszystkie liczby rzeczywiste oprócz 0, gdyż wiemy, że nie można dzielić przez 0, więc do wzoru naszej funkcji nie możemy podstawić 0. Krótko zapisujemy: D=R\{0}.
b) Dla funkcji y=$\frac{x}{x-3}$, D=R\{3}, ponieważ dla x =3 mianownik jest równy 0.
c) Dla funkcji y=$\frac{x}{x+9}$, D=R\{-9}, ponieważ dla x = - 9 mianownik jest równy 0.

Przykład 2

{Jeśli we wzorze funkcji występuje pierwiastek kwadratowy, to pod takim pierwiastkiem nie może być liczby ujemnej, zatem wyrażenie pod pierwiastkowe musi być większe lub równe 0}

Dla funkcji y=$\sqrt{x+2}$ musi zachodzić nierówność $x+2 \geq 0$, czyli $x \geq -2$.

Zatem D=$\langle -2, \infty)$.

Przykład 3

{Jeśli we wzorze funkcji występuje w mianowniku pierwiastek kwadratowy, to pod takim pierwiastkiem musi być wyrażenie **większe od 0**, nie może być większe lub równe 0, bo w mianowniku nie może być 0}

Dla funkcji y=$\frac{x-2}{\sqrt{x+2}}$ musi zachodzić nierówność $x+2>0$, czyli $x>-2$.

Zatem D=$(-2, \infty)$.

Miejscem zerowym funkcji y =f(x) nazywamy te argumenty x, dla których wartość funkcji wynosi 0.

Uwaga! Przed przystąpieniem do określania miejsca zerowego należy ustalić dziedzinę funkcji, czyli zbiór argumentów dla których funkcji jest określona.

Przykład

Podaj miejsca zerowe funkcji:

a) y=$\frac{x-2}{x}$

   Określamy dziedzinę: D=R\{0}
   Obliczamy miejsce zerowe:
   Zatem za y podstawiamy 0 i otrzymujemy:
   $\frac{x-2}{x}=0$ mnożymy obie strony równania przez x i otrzymujemy

   x -2 =0, zatem

   x=2 sprawdzamy, że ta liczb należy do dziedziny, więc jest ona miejscem zerowym funkcji.

b) y=$\frac{x^2-4}{x-2}$

   Zauważmy, że D = R\{2}.
   Obliczamy miejsce zerowe:
   $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ zatem
   $x^2-4=0$
   $x^2=4$ Jaka liczba do kwadratu jest równa 4? 2 i -2 zatem
   $x=2$ lub $x=-2$
   Zauważmy jednak, że 2 nie należy do dziedziny funkcji, zatem jedynym miejscem zerowym jest liczba -2.
   Odp: Miejsce zerowe funkcji, to x= - 2.

Zadania do samodzielnego rozwiązania:

zad. 1 Wyznacz dziedzinę i miejsce zerowe funkcji:

$a) y = 2x + 2 \quad b) y = \frac{1}{x} \quad c) y = \frac{x+1}{x-3} \quad c) y = \frac{x^2 - 4}{x+2} \quad c) y = \frac{x-5}{x^2 - 25} \quad d) y = \sqrt{x}$

$e) y = \sqrt{2x-3} \quad f) y = \frac{x-1}{\sqrt{x+2}}$

zad. 2

Narysuj wykres funkcji $y = x^2 + 2$, której dziedziną jest zbiór {-2, -1, 0, 1,2}

zad. 3 Wskaż miejsca zerowe funkcji określonej poniższą taelką:

x	0	1	2	3	4
y	1	2	0	6	0

Zad. 4 Podaj za pomocą tabelki przykład funkcji, której dziedzina ma 5 elementów i która ma 3 miejsca zerowe.