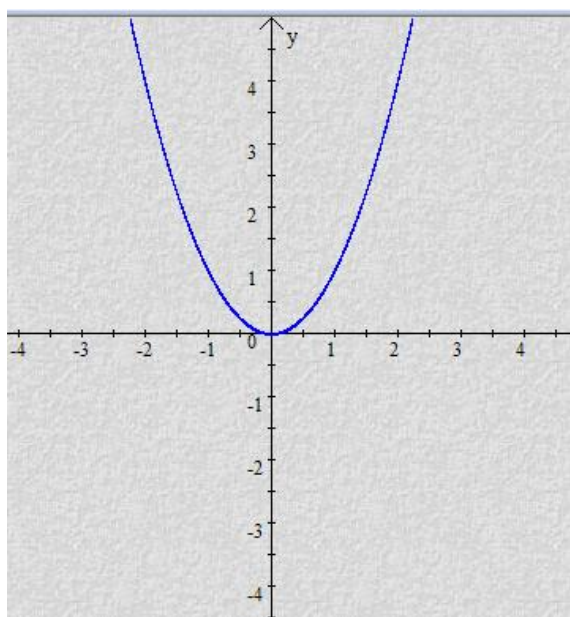


Temat: Przesuwanie wykresu funkcji względem osi układu współrzędnych.

Przykład 1 Narysujmy wykresy funkcji $y=x^2$, $y=x^2+3$, $y=x^2-3$.

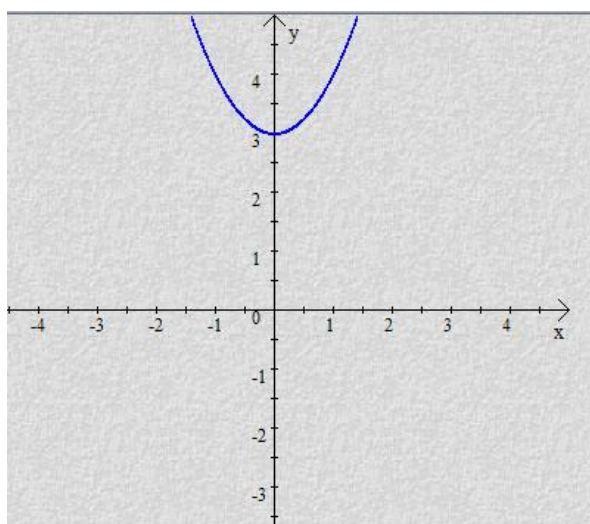
W tym celu należy przygotować tabelkę na podstawie, której zaznaczymy punkty w układzie współrzędnych narysujemy wykres:

x	-3	-2	1	0	2	3
$y=x^2$	9	4	1	0	4	9



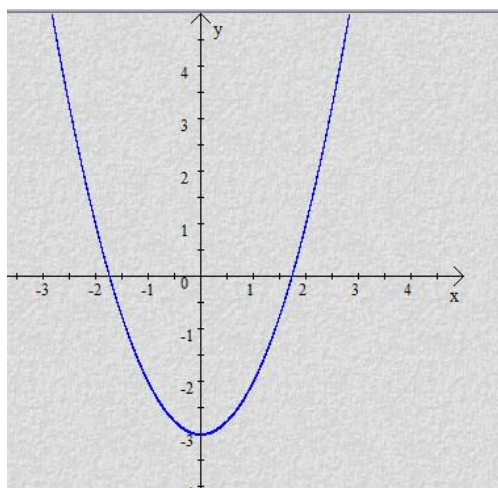
x	-3	-2	1	0	2	3
$y=x^2+3$	12	7	4	3	7	12

Dla tych samych argumentów wartości wzrosły o 3



x	-3	-2	1	0	2	3
$y = x^2 - 3$	6	1	-2	-3	1	6

Dla tych samych argumentów wartości zmaleły o 3



Wniosek

Zatem, aby otrzymać wykres funkcji $y = x^2 + 3$ należy przesunąć wykres $y = x^2$ o 3 jednostki w górę.

Zatem, aby otrzymać wykres funkcji $y = x^2 - 3$ należy przesunąć wykres $y = x^2$ o 3 jednostki w dół.

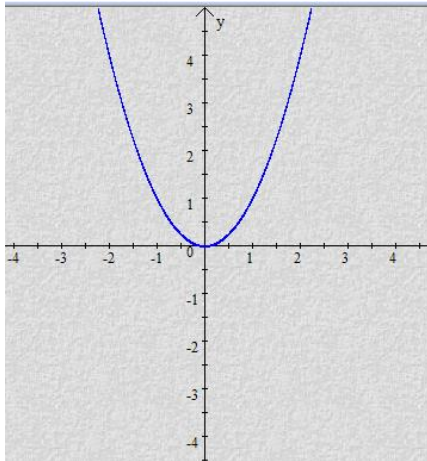
Wykres funkcji $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o q jednostek w górę wzdłuż osi OY.

Wykres funkcji $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o q jednostek w dół wzdłuż osi OY.

Przykład 2 Narysujmy wykresy funkcji $y = x^2$, $y = (x-3)^2$, $y = (x+3)^2$.

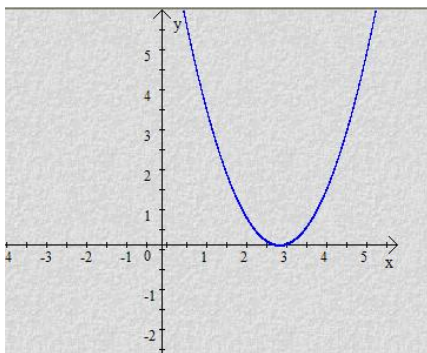
W tym celu należy przygotować tabelkę na podstawie, której zaznaczymy punkty w układzie współrzędnych narysujemy wykres:

x	-3	-2	1	0	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	4	9



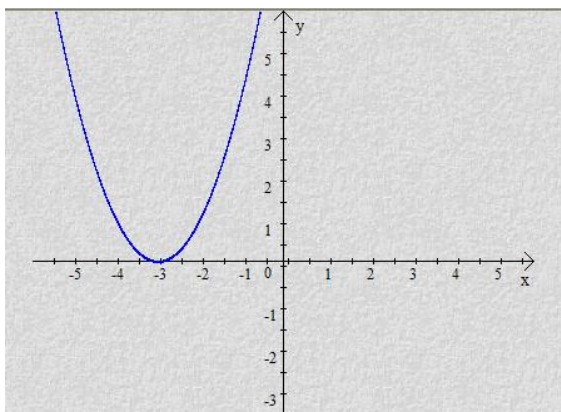
x	0	1	4	3	5	6
$y=(x-3)^2$	9	4	1	0	4	9

Wartości są takie same dla argumentów o 3 większych



x	-6	-5	-4	-3	-1	0
$y=(x+3)^2$	9	4	1	0	4	9

Wartości są takie same dla argumentów o 3 mniejszych



Wniosek

Zatem, aby otrzymać wykres funkcji $y=(x-3)^2$ należy przesunąć wykres $y=x^2$ o 3 jednostki w prawo.

Zatem, aby otrzymać wykres funkcji $y=(x+3)^2$ należy przesunąć wykres $y=x^2$ o 3 jednostki w lewo.

Wykres funkcji $y=f(x-p)$ dla $p>0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o p jednostek w prawo wzdłuż osi OX.

Wykres funkcji $y=f(x+p)$ dla $p>0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o p jednostek w lewo wzdłuż osi OX.

Przykład 3

Jak mając wykres funkcji $f(x)$ otrzymać wykresy funkcji:

- a) $f(x-2)$ Odp: Przesunąć wykres $f(x)$ o 2 jednostki w prawo.
- b) $f(x+2)$ Odp: Przesunąć wykres $f(x)$ o 2 jednostki w lewo.
- c) $f(x)-2$ Odp: Przesunąć wykres $f(x)$ o 2 jednostki w dół.
- d) $f(x)+2$ Odp: Przesunąć wykres $f(x)$ o 2 jednostki w górę.

Przykład 4

Wykres funkcji $f(x)=2x$ przesunięto

- a) o 5 jednostek w prawo
- b) o 5 jednostek w dół

i otrzymano wykres funkcji g podaj wzór tej funkcji.

Rozwiązanie:

- a) $f(x)=2x$, to $g(x)=2(x-5)$ $\{g(x)=f(x-p), a \ p=5\}$
- b) $f(x)=2x$, to $g(x)=2x-5$ $\{g(x)=f(x) - q, a \ q=5\}$

Zadania do samodzielnego rozwiązania:

Zad. 1 Narysuj wykres funkcji $f(x) = -x^2$, a następnie:

- a) $f(x)+1$
- b) $f(x)-1$
- c) $f(x-1)$
- d) $f(x+1)$

zad. 2

Dana jest funkcja $y = x^2$. Naszkicuj wykres funkcji $g(x)$ jeśli:

- a) $g(x)=x^2 -1$
- b) $g(x)=(x + 1)^2$

Zad. 3 Wykres funkcji $g(x)=2x$ przesunięto o 5 jednostek w dół podaj wzór tej funkcji.